OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA

Fase local 2001

Viernes 19 de enero de 2001

Sesión de Mañana

1.- Halla el número natural n que es el producto de los primos *p, q y r*, sabiendo que:

$$r - q = 2p \quad \text{y} \quad rq + p2 = 676$$

---

2. El encargado del faro de Finisterre ha recibido la comunicación de que va a haber un corte del suministro eléctrico y debe hacer funcionar el faro con ayuda del generador alimentado con gasóleo. Ese generador consume 6 litros de gasóleo cada hora y medio litro más cada vez que hay que ponerlo en marcha (inicialmente, está parado). En las 10 horas exactas que durará la noche, el faro no puede dejar de funcionar durante más de 10 minutos seguidos. Y cuando funciona tiene que hacerlo durante al menos 15 minutos seguidos. ¿Cuántos litros de gasóleo necesita, como mínimo, para cumplir con las normas de funcionamiento del faro?

3.- Las longitudes de los lados de un triángulo están en progresión geométrica de razón r. Halla los valores de r para los que el triángulo es, respectivamente, acutángulo, rectángulo u obtusángulo

Viernes 19 de enero de 2001

Sesión de Tarde

4.- Sean a, b, y c números reales. Prueba que si $x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene tres raíces reales, entonces $3b$£ a^2.

5.- Un cristalero dispone de una pieza de vidrio de forma triangular. Usando sus conocimientos de geometría, sabe que podría cortar de ella un círculo de radio r. Demuestra que, para cualquier número natural n, de la pieza triangular puede obtener n^2 círculos de radio r/n (suponiendo que se puedan hacer siempre los cortes perfectos).

6.- Nueve personas han celebrado cuatro reuniones diferentes sentados alrededor de una mesa circular. ¿Han podido hacerlo sin que existan dos de esas personas que se hayan sentado una junto a la otra en más de una reunión? Razona la respuesta.

Sábado 20 de enero de 2001

Sesión de Mañana

7.- Consideramos el conjunto **N** = {1, 2,3,...} de los números naturales y la aplicación f : **N** ® **N** que cumple las dos siguientes condiciones:

a) $f(f(n)) = n$ para todo nÎ **N**.

b)

Determina el valor de f (n) para cada n Î **N** observando previamente que f es biyectiva y que, al no ser nunca $f(f(n) + 1) = 2$, tiene que ser $f(1) = 2$.

8.- Consideramos los siguientes 27 puntos de un cubo: el centro (1), los centros de las caras (6), los vértices (8) y los centros de las aristas (12). Coloreamos cada uno de esos puntos de azul o de rojo. ¿Puede hacerse de modo que no haya tres puntos del mismo color alineados? Demuéstralo.

9- . Un condenado queda en libertad cuando alcance el final de una escalera de 100 escalones. Pero no puede avanzar a su antojo, puesto que está obligado a subir un solo escalón cada día de los meses impares y a bajar un escalón cada día de los meses pares. Comienza el 1 de enero de 2001. ¿Qué día quedará en libertad? ¿Qué día quedaría en libertad si la escalera tuviera 99 escalones?

Soluciones en formato Microsoft Word 2000 comprimido .zip (27 Kb)

Actualizado 22 Enero 2001