

Demostraciones visuales

Sesión introductoria

José M. Manzano

Departamento de Matemáticas
Universidad de Jaén



9 de noviembre de 2023

¿QUÉ SON LAS MATEMÁTICAS?

Ejercicios

Resolver Cuadráticas (A)

Resuelve cada ecuación en función de x .

1. $x^2 + 5x + 4 = 0$

7. $x^2 + 2x + 1 = 0$

2. $x^2 + 10x + 21 = 0$

8. $x^2 + 16x + 63 = 0$

3. $x^2 + 6x + 9 = 0$

9. $x^2 + 9x + 14 = 0$

4. $x^2 + 13x + 36 = 0$

10. $x^2 + 12x + 35 = 0$

5. $x^2 + 13x + 42 = 0$

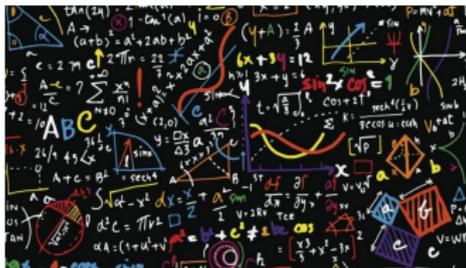
11. $x^2 + 8x + 7 = 0$

6. $x^2 + 3x + 2 = 0$

12. $x^2 + 13x + 36 = 0$

MatesLibres.com

Problemas



- No sabemos qué tendremos que usar.
- Pueden dar lugar a ideas y técnicas nuevas.

¿Cómo se nos ocurren las ideas si no nos las han enseñado? ¿Se entrenan?

(son cuestiones tras una explicación)

¿QUÉ ES HACER MATEMÁTICAS?

- Hacer cuentas muy largas

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{7919} = 2.457$$

- Hacer cuentas muy complicadas

$$\pi = \frac{99^2}{2\sqrt{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!}{(k!)^4} \frac{26390k+1103}{396^{4k}}}$$

- Aplicar fórmulas

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- Encontrar fórmulas

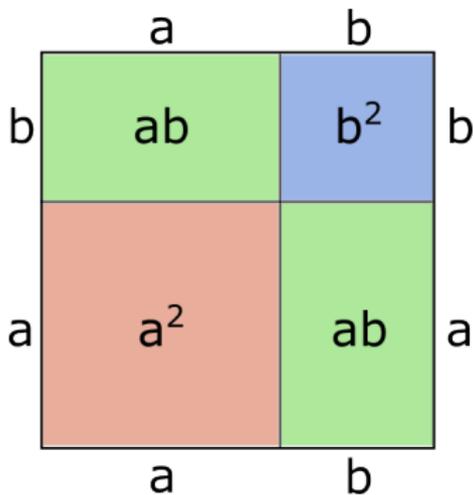
triángulo rectángulo $\rightsquigarrow a^2 + b^2 = c^2$

Todo esto lo hace un ordenador

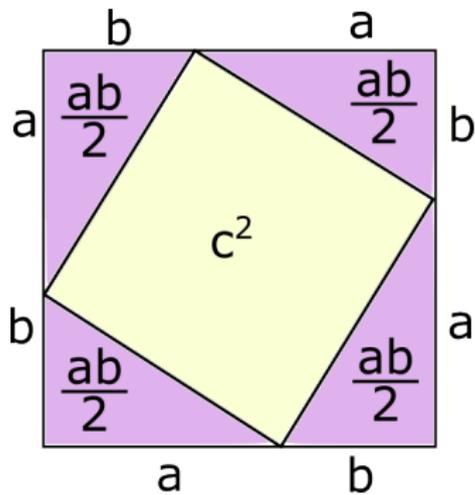
- más rápido,
- sin equivocarse.



CUADRADO DE UNA SUMA Y SUMA DE CUADRADOS



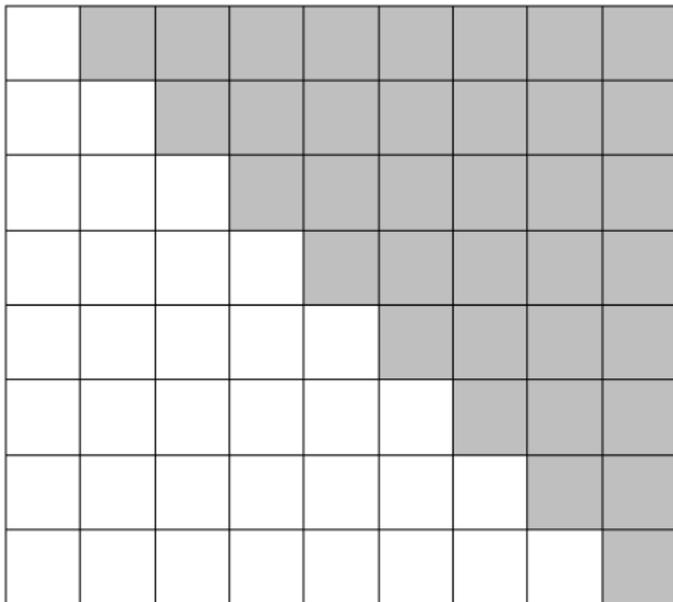
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$a^2 + b^2 = c^2$$

SUMA DE ENTEROS

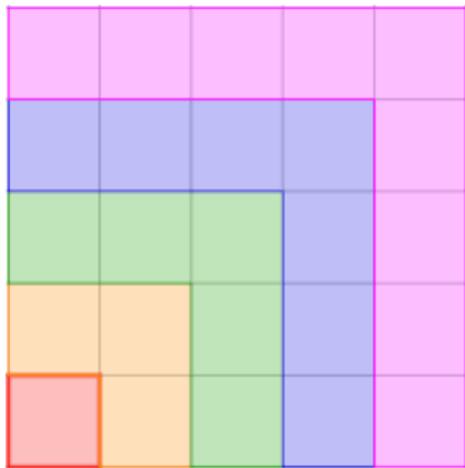
$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = ??$$



$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

SUMA DE IMPARES

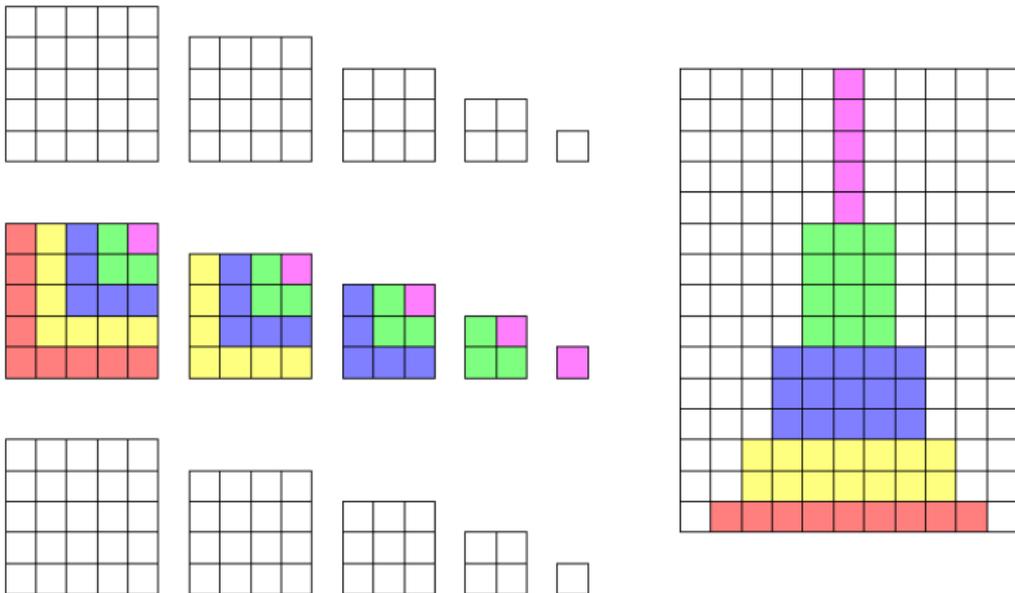
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = ??$$



$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

SUMA DE CUADRADOS

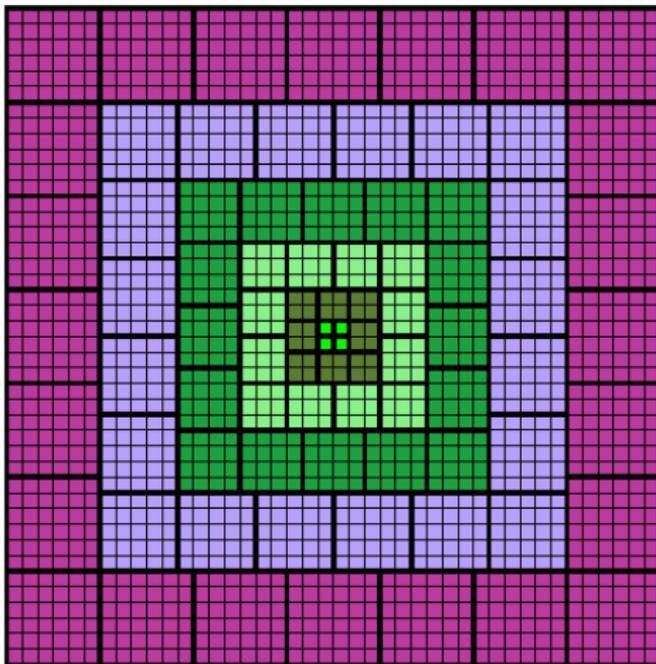
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = ??$$



$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{n(n+1)}{2} \cdot (2n+1) \right) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

SUMA DE CUBOS

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = ??$$

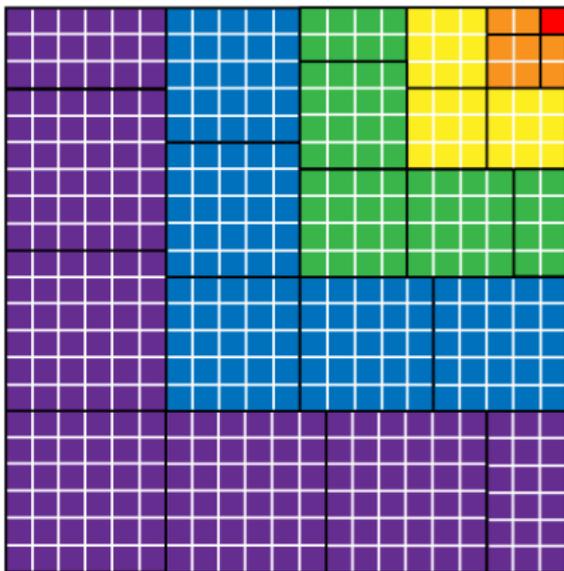


$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4} (n(n+1))^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

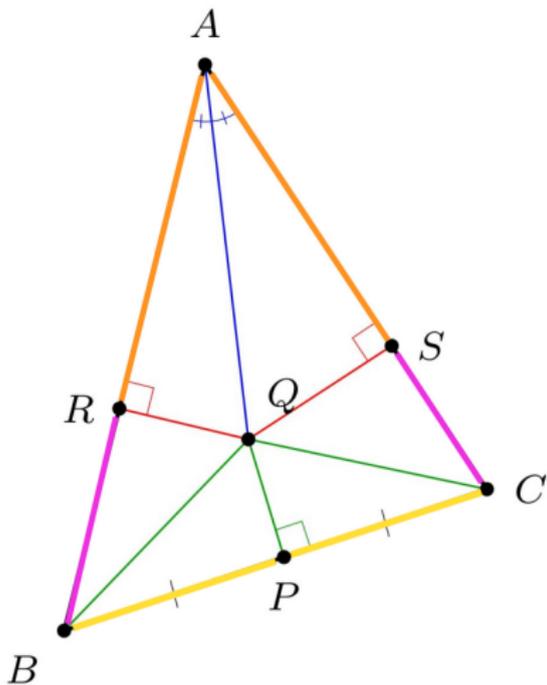
OBSERVACIÓN

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$



TODOS LOS TRIÁNGULOS SON ISÓSCELES



- Trazamos la bisectriz de A .
- Trazamos la mediatriz de BC .
- Las rectas se cortan en Q .
- Los segmentos del mismo color son iguales.