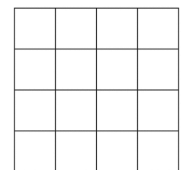




- A) 2^{50} B) 1^{100} C) 2^{99} D) $\sqrt{2^{100} + 1}$

7. En un club de matemáticas hay 10 estudiantes que organizan un pequeño torneo de ajedrez. Si cada estudiante debe jugar exactamente una partida contra cada uno de los demás compañeros, ¿cuántas partidas se jugarán en total en el torneo?
- A) 45 B) 81 C) 90 D) 100
8. El código de un candado tiene tres cifras. Sabemos que el producto de las tres cifras es 40 y que su suma es la mínima posible. Si sabemos que las cifras están ordenadas de menor a mayor de izquierda a derecha, ¿cuál es la cifra central del código?
- A) 5 B) 4 C) 8 D) 1
9. Un libro tiene exactamente 300 páginas, numeradas del 1 al 300. ¿Cuántas veces aparece el dígito 7 en la numeración de las páginas del libro?
- A) 57 B) 60 C) 63 D) 77
10. Se pinta de rojo toda la superficie exterior de un cubo de madera de dimensiones $10 \times 10 \times 10$. Una vez seca la pintura, se corta el cubo en 1000 cubitos pequeños de tamaño $1 \times 1 \times 1$. ¿Cuántos de esos cubitos pequeños tienen exactamente dos caras pintadas de rojo?
- A) 96 B) 100 C) 104 D) 120
11. En una cuadrícula 4×4 como la de la figura, ¿Cuántos rectángulos que no sean cuadrados se pueden encontrar?
- A) 66 B) 70 C) 74 D) Más de 74
12. Un tanque de agua está lleno hasta exactamente la tercera parte ($1/3$) de su capacidad. Se le añaden 20 litros y luego pierde el 10% del agua que contiene por la evaporación, pasando a estar exactamente a la mitad ($1/2$) de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total del tanque en litros?
- A) 90 B) 100 C) 110 D) 120
13. ¿Cuál es la cifra de las unidades de 3^{2026} ?
- A) 1 B) 3 C) 7 D) 9
14. Se tiene un rectángulo de papel de 13 cm de largo y 8 cm de ancho. Se trazan sus dos diagonales, quedando el triángulo dividido en cuatro triángulos pequeños, de los cuales se miden los perímetros. La diferencia entre el perímetro más grande y el más pequeño...
- A) es mayor que 5 B) es igual a 5 C) está entre 0 de 5 D) es igual a 0
15. En un torneo de fútbol de 5 equipos, todos juegan contra todos exactamente una vez. Una victoria otorga 3 puntos, un empate 1 punto a cada equipo y una derrota 0 puntos. Si al finalizar el torneo la suma de los puntos de todos los equipos es 26, ¿cuántos partidos terminaron en empate?
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2



Prueba de 3º y 4º ESO

- (A) La prueba incluye 15 preguntas para contestar en 90 minutos.
- (B) No se pueden utilizar dispositivos electrónicos ni útiles de dibujo.
- (C) Cada pregunta acertada te sumará 5 puntos, cada respuesta en blanco 1 punto y cada respuesta errónea 0 puntos. Si contestas al azar, piensa que las respuestas incorrectas no te darán puntos.
- (D) No es un examen. No se trata de aprobar o suspender. Es un concurso y gana quien consiga más puntos.
- (E) Podría ser difícil contestar en el tiempo dado a todas las preguntas. Concéntrate en aquellas que consideres más fáciles y que precisen menos tiempo. Cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
- (F) Muy importante: diviértete y demuestra tu ingenio.

Preguntas:

1. Un reloj se retrasa continuamente, a razón de 5 minutos cada hora exacta que pasa. Si lo ponemos en hora correctamente a las 12:00 del mediodía, ¿qué hora será en realidad cuando el reloj marque las 22:49 (las 10 horas 49 minutos de la noche) de ese mismo día?



- A) 23:47 B) **23:48** C) 23:49 D) 23:50 E) 23:51

2. El dueño de una tienda sube el precio de un artículo un 20%. Un mes después, al ver que no se vende, decide aplicar un descuento del 20% sobre el precio nuevo. Como sigue sin vender, aplica otro descuento del 20% sobre el último precio. ¿Cómo es el precio final comparado con el precio original?

- A) Un 20% más barato B) Un 21% más barato C) Un 22% más barato D) Un 23% más barato E) **Más del 23% más barato**

3. ¿Cuál es el valor de la suma S en la que se alternan signos $+$ y $-$ entre los cuadrados de los cien primeros números naturales?

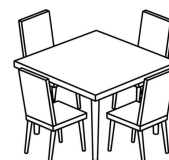
$$S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + 96^2 - \dots + 2^2 - 1^2$$

- A) **5050** B) 5000 C) 500 D) 100 E) 0

4. Dos números enteros positivos x e y cumplen que $x^2 - y^2 = 23$. ¿Cuál es el valor de $x + y$?

- A) 1 B) 17 C) 19 D) **23** E) No hay información suficiente

5. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar 4 amigos alrededor de una mesa cuadrada con 4 sillas? (Dos formas de sentarse se consideran la misma si cada persona tiene exactamente a los mismos compañeros a su izquierda y a su derecha, es decir, solo importa la posición relativa entre ellos).

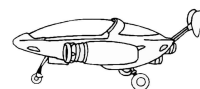
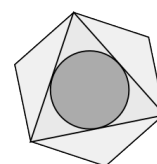


- A) 24 B) 18 C) 12 D) **6** E) 4

6. Si se cumple que $\frac{a}{b} = 3$ y $\frac{b}{c} = 2$, ¿cuál es el valor de $\frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2}$?

- A) **$\frac{20}{41}$** B) $\frac{41}{20}$ C) $\frac{41}{5}$ D) $\frac{5}{41}$ E) No hay información suficiente

7. Pepa y Pepe han encontrado el cofre del pirata Olivario. El cofre se abre introduciendo un número de tres cifras ABC (donde $A > C > 0$). Una nota pegada en la tapa dice: "Si a mi número secreto de tres cifras le sumas el número que resulta de invertir el orden de sus dígitos (CBA), obtendrás exactamente 1089". Pepe afirma que faltan datos, pero Pepa sabe exactamente cuál es la cifra central B . ¿Cuánto vale B ?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) Pepe tiene razón: ¡faltan datos!
8. Una nave espacial viaja desde la Tierra hasta un puesto avanzado en Marte a una velocidad constante de 20.000 km/h. En el trayecto de regreso, debido a una avería en los motores, solo puede mantener una velocidad constante de 10.000 km/h, pero recorre la misma distancia. ¿Cuál ha sido la velocidad media de la nave en la totalidad del viaje de ida y vuelta?
- A) 15.000 km/h B) 13.333 km/h C) 12.500 km/h D) 11.750 km/h E) 11.667 km/h
9. La urbanista Matilda diseña una plaza peatonal con forma de hexágono regular de 26 m de lado. Tras trazar una zona triangular uniendo tres vértices no consecutivos del hexágono (uno sí, uno no), finalmente inscribe un círculo donde plantar césped. ¿Qué superficie ocupará el césped?
- A) $144\pi \text{ m}^2$ B) $156\pi \text{ m}^2$ C) $169\pi \text{ m}^2$ D) $196\pi \text{ m}^2$ E) $200\pi \text{ m}^2$
10. Se elige un número entero al azar entre el 1 y el 100 (ambos incluidos). ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido tenga a 2 y a 3 como únicos factores primos?
- A) 6% B) 7% C) 8% D) 9% E) 10%
11. La suma de las cifras de un número entero positivo es 2026. ¿Cuál es la menor cantidad de cifras que puede tener este número?
- A) 225 B) 226 C) 202 D) 203 E) Ninguna de las anteriores
12. ¿Cuál es el número entero positivo más pequeño que tiene exactamente 7 divisores positivos (incluyendo el 1 y él mismo)?
- A) 12 B) 32 C) 48 D) 64 E) Ninguna de las anteriores
13. Sobre una mesa hay 101 monedas. Exactamente 50 muestran cara y 51 muestran cruz. En cada turno, se te permite darle la vuelta a exactamente dos monedas al mismo tiempo. ¿Cuál es la menor cantidad de turnos necesarios para conseguir que todas las monedas muestren cara?
- A) 25 turnos B) 26 turnos C) 51 turnos D) 101 turnos E) Es imposible lograrlo
14. Si se sabe que $2^x = 8^{y+1}$ y $9^y = 3^{x-9}$, ¿cuál es el valor de la suma $x + y$?
- A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27
15. ¿Cuántos números enteros de tres cifras cumplen simultáneamente que todas sus cifras son números pares y que el propio número es múltiplo de 4?
- A) 48 B) 50 C) 60 D) 80 E) 100



VIII Olimpiada Matemática de Otoño

Programa Hypatia — Vicerrectorado de Estudiantes y Empleabilidad

20 de octubre de 2026

Prueba de Bachillerato

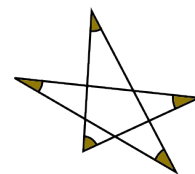
- (A) La prueba incluye 15 preguntas para contestar en 90 minutos.
- (B) No se pueden utilizar dispositivos electrónicos ni útiles de dibujo.
- (C) Cada pregunta acertada te sumará 5 puntos, cada respuesta en blanco 1 punto y cada respuesta errónea 0 puntos. Si contestas al azar, piensa que las respuestas incorrectas no te darán puntos.
- (D) No es un examen. No se trata de aprobar o suspender. Es un concurso y gana quien consiga más puntos.
- (E) Podría ser difícil contestar en el tiempo dado a todas las preguntas. Concéntrate en aquellas que consideres más fáciles y que precisen menos tiempo. Cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
- (F) Muy importante: diviértete y demuestra tu ingenio.

Preguntas:

1. ¿Cuál es el mínimo que puede valer $x^2 + \frac{16}{x^2}$ cuando x es cualquier número real distinto de cero?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

2. Dibujamos una estrella de cinco puntas como en la figura, pero no nos sale muy regular que digamos. ¿Cuánto vale la suma de los cinco ángulos interiores indicados?



A) 165° B) 180° C) 196° D) 216°

E) Depende de la estrella

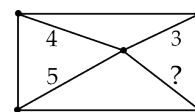
3. Un tahúr tiene una bolsa opaca con 3 monedas idénticas al tacto. La moneda A tiene ambas caras pintadas de rojo, la moneda B tiene ambas caras pintadas de azul y la moneda C tiene una cara roja y una cara azul. El tahúr mete la mano, extrae una moneda al azar y la deposita sobre la mesa. Observas que la cara que queda visible hacia arriba es de color rojo. ¿Cuál es la probabilidad de que la cara oculta (la que apoya en la mesa) sea también de color Rojo?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) Ninguna de las anteriores

4. ¿Cuál es el número mínimo de enteros que se deben elegir del conjunto $\{1, 2, \dots, 101\}$ para garantizar que haya al menos dos números cuya suma sea exactamente 101?

A) 3 B) 50 C) 51 D) 52 E) 101

5. En el interior de un rectángulo $ABCD$ se encuentra un punto P tal que $PA = 3$, $PB = 4$ y $PC = 5$. ¿Cuál es la longitud del segmento PD ?



A) $2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

6. ¿Cuál de los siguientes números es mayor?

A) 2^{200} B) 3^{175} C) 4^{150} D) 5^{125} E) 6^{100}

7. Una programadora introduce los términos iniciales $a_1 = 1$ y $a_2 = 1$ y crea un algoritmo que genera la sucesión de números dada por la recurrencia $a_{n+2} = \frac{1 + a_{n+1}}{a_n}$. ¿Cuál es el valor de a_{2026} ?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
8. Una función desconocida f verifica que $f(x) + 2f(1-x) = x^2$ para cualquier número real x . ¿Cuál es el valor de $f(3)$, es decir, el valor de la función en $x = 3$?
- A) -1 B) 1 C) $\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) No hay información suficiente.
9. Dos enteros positivos verifican que $x(1+y^2) + y(1+x^2) = 481$. Hallar el valor de $x^2 + y^2$.
- A) 89 B) 97 C) 100 D) 106 E) No hay información suficiente.
10. Un diseñador traza en un plano un terreno en forma de triángulo rectángulo cuyos catetos miden 15 m y 20 m (con una hipotenusa de 25 m). Quiere ubicar una rotonda circular cuyo centro esté situado sobre la hipotenusa del triángulo y que sea tangente a los dos catetos. ¿Cuál es el radio de dicha rotonda?
- A) $\frac{60}{7}$ m B) $\frac{15}{2}$ m C) $\frac{25}{3}$ m D) 5 m E) 8 m
11. Un ortoedro tiene dimensiones $a \times b \times c$. Sabiendo que a , b y c son las tres soluciones (distintas) de la ecuación cúbica $x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = 0$. ¿Cuál es el volumen del ortoedro?
- A) 1 B) 3 C) 6 D) 9 E) $\frac{1}{3}$
12. Gael queda con su amiga Irene para tomar un café entre las 12:00 y las 13:00. Ambos llegan a la cafetería en un momento completamente al azar dentro de esa hora y acuerdan esperar exactamente 15 minutos antes de irse si el otro no ha llegado. ¿Cuál es la probabilidad exacta de que coincidan y puedan tomar el café juntos?
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{7}{16}$
13. Una topógrafa mide el perímetro de una finca con forma de polígono convexo. Observa que, curiosamente, sus ángulos interiores están en progresión aritmética: el ángulo más pequeño mide 120° y cada uno de los siguientes mide 5° más que el anterior (125° , 130° , etc.). ¿Cuántos lados tiene la finca?
- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) Ninguna de las anteriores
14. El robot de rescate ATLAS se desplaza por una cuadrícula bidimensional desde el punto $(0,0)$ hasta el punto $(4,4)$ dando únicamente pasos de una unidad hacia la derecha (+1 en el eje X) o hacia arriba (+1 en el eje Y). Sin embargo, el punto $(2,2)$ está bloqueado por un derrumbe y el robot no puede pasar por él. ¿Cuántos caminos válidos distintos existen para que el robot llegue a su destino?
- A) 28 B) 34 C) 36 D) 48 E) 70
15. En un cuadrado de lado 2 inscribimos un círculo de radio 1 y después colocamos cuatro círculos más pequeños tangentes al círculo y a dos de los lados del cuadrado. ¿Cuál es el radio de estos círculos?
- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $2\sqrt{2} - 2$ C) $2 - \sqrt{2}$ D) $3 - 2\sqrt{2}$ E) $4 - 2\sqrt{2}$

