

José Jiménez Caballero -

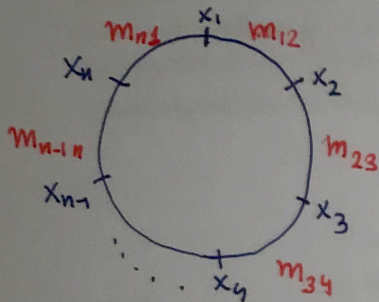
Problema 1. Se trata de averiguar si el número de participantes es par o impar, sabiendo que las calificaciones se pueden deducir a partir de las medias.

Llamamos $n = n^\circ$ de participantes

$x_1, \dots, x_n \rightarrow$ calificaciones

$m_{12}, m_{23}, \dots, m_{n-1,n}, m_{n,1} \rightarrow$ medias: $m_{ij} = \frac{x_i + x_j}{2}$

Para simplificar, sumamos y restamos alternativamente las medias:



$$m_{12} - m_{23} + m_{34} - \dots \pm m_{n,1} = \frac{x_1 + x_2}{2} - \frac{x_2 + x_3}{2} + \frac{x_3 + x_4}{2} - \dots \pm \frac{x_n + x_1}{2}$$

El signo del último sumando depende de que n sea par o impar:

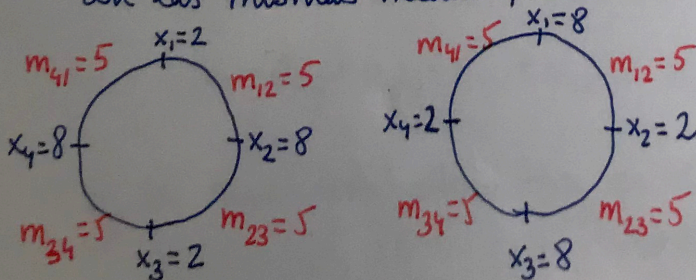
- Si n es par: $m_{12} - m_{23} + m_{34} - \dots + m_{n-1,n} - m_{n,1} = 0$

- Si n es impar: $m_{12} - m_{23} + m_{34} - \dots - m_{n-1,n} + m_{n,1} = \frac{x_1 + x_1}{2} = x_1$

Si n es impar, el resultado es distinto de cero y, además, coincide con la calificación del primer participante. Luego, sumando -restando alternativamente, obtenemos x_1 y, a partir de él, el resto de las calificaciones se deducen despejando:

$$\left. \begin{aligned} m_{12} &= \frac{x_1 + x_2}{2} \rightarrow x_2 = 2m_{12} - x_1 \\ m_{23} &= \frac{x_2 + x_3}{2} \rightarrow x_3 = 2m_{23} - x_2 \\ &\vdots \\ m_{n-1,n} &= \frac{x_{n-1} + x_n}{2} \rightarrow x_n = 2m_{n-1,n} - x_{n-1} \end{aligned} \right\}$$

Si n es par, puede haber distintas distribuciones de calificaciones con las mismas medias, como muestra el siguiente ejemplo:



CONCLUSIÓN: EL NÚMERO DE PARTICIPANTES TIENE QUE SER IMPAR. ES DECIR, UNA MOTO VIAJÓ CON UN PARTICIPANTE