

Olimpiada Matemática de Andalucía

Problemas

1. Calcular el área de un triángulo ABC sabiendo que el ángulo B es recto, que $\angle C = 54^\circ$ y que el lado $AC = 4$.
2. Encontrar todos los números enteros positivos $n < 1000$ tales que las cuatro últimas cifras de n^2 pueden reordenarse para formar el número 2024.
3. Sea n un número natural. En un tablero infinito se coloca en cada casilla una moneda, cada moneda tiene dos estados: cara o cruz. Inicialmente todas las monedas se encuentran en cruz. Un movimiento consiste en voltear las n^2 monedas de un cuadrado $n \times n$. Determinar en función de n el número de caras que pueden quedar tras efectuar un número finito de movimientos.
4. Sean a, b, c tres números reales positivos tales que $a + b + c = abc$. Demostrar que

$$\frac{(a+b)^{\frac{1}{ab}}(b+c)^{\frac{1}{bc}}(c+a)^{\frac{1}{ca}}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} \leq 2.$$