Ejercicio 2 – Extraordinaria 2 – Curso 2017/18:

Consideremos *A* un anillo y *U(A)* el conjunto de sus unidades.

a) Definición de grupo y definir unidad en un anillo.

b) Calcular la tabla de operaciones para $G = U(\mathbb{Z}_8)$ con el producto.

c) Calcular, si es posible, el elemento neutro de *G* y los simétricos de los elementos de *G*.

b) $\mathbb{Z}_8 = \{\bar{0}, \bar{1}, \dots, \bar{7}\}$

$\bar{a} \in \mathbb{Z}_8$ es una unidad sii $(a, 8) = 1$

$G = \mathcal{U}(\mathbb{Z}_8) = \{\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}\}$

$\cdot$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$
$\bar{3}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$
$\bar{5}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	$\bar{1}$	$\bar{3}$
$\bar{7}$	$\bar{7}$	$\bar{5}$	$\bar{3}$	$\bar{1}$

$\bar{a} \cdot \bar{b} = \overline{a \cdot b}$

$\bar{3} \cdot \bar{3} = \overline{3 \cdot 3} = \bar{9} = \bar{1}$

$\bar{3} \cdot \bar{5} = \overline{3 \cdot 5} = \overline{15} = \bar{7}$

$\bar{3} \cdot \bar{7} = \overline{3 \cdot 7} = \overline{21} = \bar{5}$

c) Elemento neutro $= \bar{1}$

$\forall \bar{a} \in G \quad \bar{a} \cdot \bar{1} = \bar{a} = \bar{1} \cdot \bar{a}$

Elemento simétrico de $\bar{a}$ es $\bar{b}$ tal que

$\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{1} = \bar{b} \cdot \bar{a}$

Simétrico de $\bar{1} = \bar{1}$

Simétrico de $\bar{3} = \bar{3}$

Simétrico de $\bar{5} = \bar{5}$

Simétrico de $\bar{7} = \bar{7}$