Álgebra. Grado en Ingeniería Informática.
Convocatoria Ordinaria 2. Curso 2020/21

**2.** [*0.75 puntos*] Calcular, explícitamente, $A_3$ y su tabla de operaciones. Estudiar si $A_3$ es conmutativo y calcular todos sus subgrupos.

$|S_3| = 3! = 6$, $\quad |A_3| = 3$, $\quad A_3 = \{\sigma \in S_3 \,/\, \sigma \text{ es par}\}$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = (1\,2),$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (1\,3), \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = (2\,3),$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (1\,2\,3), \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1\,3\,2)$$

$S_3$

La identidad $I$ es par
$(1\,2\,3) = (1\,2)(2\,3)$ es par
$(1\,3\,2) = (1\,3)(3\,2)$ es par

$$A_3 = \{I, (1\,2\,3), (1\,3\,2)\}$$

| | $I$ | $(1\,2\,3)$ | $(1\,3\,2)$ |
|---|---|---|---|
| $I$ | $I$ | $(1\,2\,3)$ | $(1\,3\,2)$ |
| $(1\,2\,3)$ | $(1\,2\,3)$ | $(1\,3\,2)$ | $I$ |
| $(1\,3\,2)$ | $(1\,3\,2)$ | $I$ | $(1\,3\,2)$ |

$$(1\,2\,3)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1\,3\,2)$$
$$(1\,2\,3)(1\,3\,2) = I$$
$$(1\,3\,2)(1\,2\,3) = I$$
$$(1\,3\,2)^2 = (1\,2\,3)$$

Es conmutativo

Es commutativo $A_3$ porque su tabla de operaciones es simétrica.

¿Subgrupos?

<u>T<sup>a</sup> de Lagrange</u> $H \subseteq G$ subgrupo. $\Rightarrow |H| \mid |G|$

$\cancel{\Leftarrow}$

$|A_3| = 3$, los divisores de 3 son $\underline{1 \text{ y } 3}$

Los subgrupos de $A_3$ sólo pueden tener 1 y 3 elementos

1 elemento $\rightsquigarrow \{I\}$
3 elementos $\rightsquigarrow A_3$

$\Bigg\}$ Los únicos subgrupos son los impropios.