

$$\begin{cases} x \equiv a_i \pmod{m_i} \\ x \equiv a_r \pmod{m_r} \end{cases} \quad (m_i, m_j) = 1 \quad \forall i \neq j$$

$$\text{En } \mathbb{Z}_n, \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \bar{r} \\ \updownarrow \\ x \equiv r \pmod{n} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{L n} \\ r \quad q \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in n \\ \updownarrow \\ x \equiv 0 \pmod{n} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{L n} \\ 0 \quad q \end{array}$$

$$\text{viendo fuerte} \equiv 0 \pmod{5}$$

$$\text{luzia} \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\text{tormenta eléctrica} \equiv 0 \pmod{33}$$

$$\begin{aligned} x = \text{hoy} &\Rightarrow x \equiv 0 \pmod{7} \\ \text{ayer} = x - 1 &\Rightarrow x - 1 \equiv 0 \pmod{5} \\ \text{dentro 4 días} &= x + 4 \Rightarrow x + 4 \equiv 0 \pmod{33} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 1 &\equiv 0 \pmod{5} \Leftrightarrow \overline{x-1} = \bar{0} \text{ en } \mathbb{Z}_5; \quad \bar{x} = \bar{1} \Leftrightarrow x \equiv 1 \pmod{5} \\ x + 4 &\equiv 0 \pmod{33} \Leftrightarrow \overline{x+4} = \bar{0} \text{ en } \mathbb{Z}_{33}; \quad \bar{x} = \bar{-4} \quad 4 + ? = 0 = 33 \\ &\quad -4 = 33 - 4 = 29 \end{aligned}$$

$$x \equiv 29 \pmod{33}$$

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 0 \pmod{7} \\ x \equiv 29 \pmod{33} \end{cases}$$

$$(5, 7) = (5, 33) = (7, 33) = 1$$

2) ¿Podemos afirmar que hay tormentas tropicales?

El sistema admite solución, lo que es cierto por el teorema del resto.

$$\begin{array}{l}
 b) \\
 \left. \begin{array}{l}
 x \equiv \underline{1} \pmod{5} \\
 x \equiv \underline{0} \pmod{7} \\
 x \equiv \underline{29} \pmod{33}
 \end{array} \right\} \quad
 \begin{array}{lll}
 a_1 = 1 & m_1 = 5 & M_1 = 1 \\
 a_2 = 0 & m_2 = 7 & M_2 = 5 \\
 a_3 = 29 & m_3 = 33 & M_3 = 35
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 u_1 = 1 & b_1 = & w_2 = \\
 u_2 = 3 & b_2 = & w_3 = \\
 u_3 = & b_3 = &
 \end{array}$$

Paso 1 $M_1 = \underline{1}$, $M_2 = m_1 = \underline{5}$, $M_3 = m_1 m_2 = 5 \cdot 7 = \underline{35}$

Paso 2 $u_i M_i \equiv 1 \pmod{m_i} \quad \forall i=1, \dots, 3$

$$\begin{array}{l}
 u_1 M_1 \equiv 1 \pmod{m_1}; \quad u_1 \cdot 1 \equiv 1 \pmod{5}, \quad u_1 \equiv 1 \pmod{5}, \quad u_1 = \underline{1} \\
 u_2 M_2 \equiv 1 \pmod{m_2}; \quad u_2 \cdot 5 \equiv 1 \pmod{7}, \quad \frac{u_2 \cdot 5}{u_2 \cdot 5} = 1; \quad \underline{u_2 = 5^{-1}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 u_3 M_3 \equiv 1 \pmod{m_3}; \quad u_3 \cdot 35 \equiv 1 \pmod{33} \\
 \underline{u_3} \cdot \underline{35} = \underline{1} \text{ en } \mathbb{Z}_{33} \\
 \underline{u_3} = \underline{35}^{-1} = \underline{2^{-1}} \\
 \quad \quad \quad ?
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 35 \overline{) 33} \\
 \underline{33} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5 \cdot ? = 1 \\
 5 \cdot 0 = 0 \neq 1 \\
 5 \cdot 1 = 5 \neq 1 \\
 5 \cdot 2 = 10 = 3 \\
 5 \cdot 3 = 15 = \underline{1}
 \end{array}$$

$$\underline{u_2 = 5^{-1} = 3}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 0 \pmod{7} \\ x \equiv 29 \pmod{33} \end{array} \right\} \begin{array}{lll} a_1 = 1 & m_1 = 5 & M_1 = 1 \\ a_2 = 0 & m_2 = 7 & M_2 = 5 \\ a_3 = 29 & m_3 = 33 & M_3 = 35 \end{array} \quad \begin{array}{lll} u_1 = 1 & u_2 = 3 & u_3 = 17 \\ b_1 = 1 & b_2 = 21 & b_3 = \end{array}$$

$$u_3 = 2^{-1} \text{ en } \mathbb{Z}_{33}$$

$$33 = 2 \cdot 16 + \boxed{1}$$

$$2 = 1 \cdot 2$$

J. Berout

$$1 = 33 - 2 \cdot 16 = 33 + 2(-16)$$

$$\bar{1} = \bar{33} + \bar{2} \cdot (-\bar{16}) \Rightarrow \bar{2}^{-1} = -16 = 17$$

Paso 3 $b_1 \equiv a_1 \pmod{m_1} \equiv 1 \pmod{5}$; $\boxed{b_1 = 1}$ $\left| \begin{array}{l} 16 + \text{?} = 0 = 33 \\ -16 = 33 - 46 = 17 \end{array} \right.$

Paso 4 $w_k \equiv (a_k - b_{k-1}) u_k \pmod{m_k}$; $b_k = b_{k-1} + w_k M_k \quad \forall k \geq 2$

$$w_2 \equiv (a_2 - b_1) u_2 \pmod{m_2} \equiv (0 - 1) 3 \pmod{7} \equiv -3 \pmod{7} \equiv 4 \pmod{7}$$

$$\underline{w_2 = 4}, \quad \underline{b_2 = b_1 + w_2 M_{1,2} = 1 + 4 \cdot 5 = 21}$$

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 0 \pmod{7} \\ x \equiv 29 \pmod{33} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{llll} a_1 = 1 & m_1 = 5 & M_1 = 1 & u_1 = 1 \\ a_2 = 0 & m_2 = 7 & M_2 = 5 & u_2 = 3 \\ \underline{a_3 = 29} & \underline{m_3 = 33} & \underline{M_3 = 35} & \underline{u_3 = 17} \end{array} \quad \begin{array}{l} b_1 = 1 \\ b_2 = 21 \\ \underline{b_3 = 161} \end{array} \quad \begin{array}{l} w_2 = 4 \\ w_3 = 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \underline{w_3} &\equiv (a_3 - b_3) u_3 \pmod{m_3} \equiv (29 - 21) \cdot 17 \pmod{33} \equiv \\ &\equiv 8 \cdot 17 \pmod{33} \equiv 136 \pmod{33} \equiv \underline{4} \pmod{33}, \quad \underline{w_3 = 4}
 \end{aligned}$$

$$\underline{b_3} = b_2 + w_3 M_3 = 21 + 4 \cdot 35 = \underline{161}$$

$$\begin{aligned} \underline{x_0} = \underline{b_3} = \underline{161} &\Rightarrow \underline{x = x_0 + t(m_1 m_2 m_3)} = \\ &= 161 + t(5 \cdot 7 \cdot 33) = \\ &= \underline{161 + t(1155)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 8 \\ \hline 136 \overline{) 33} \\ \underline{04} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \quad 35 \\ 4 \quad 33 \\ \hline 140 \quad 105 \\ 21 \quad 105 \\ \hline 1155 \end{array}$$

b) Dentro de cuantos días hay tormenta tropical:

$x_0 = 161$ días . Dentro de 161 días habrá tormenta

tropical

c) Cada cuántos años hay tormenta tropical?

$$x = 161 + t \cdot 1155 \quad 1 \text{ año tiene } 365 \text{ días}$$

$$\begin{array}{r} 1155 \overline{) 365} \\ 060 \end{array}$$

Hay tormenta tropical cada
3 años y 60 días

d) ¿Cuántas tormentas tropicales se prevén en la próxima década?

$$1 \text{ década } \approx 10 \text{ años} = 365 \times 10 = 3650 \text{ días}$$

$$0 < x \leq 3650 ;$$

$$0 < 161 + t \cdot 1155 \leq 3650$$

$$-161 < t \cdot 1155 \leq 3650 - 161 = 3489$$

$$\frac{-161}{1155} < t \leq \frac{3489}{1155} \Rightarrow \underline{t = 0, 1, 2, 3}$$

$$\begin{array}{r} 3650 \\ - 161 \\ \hline 3489 \overline{) 1155} \\ 3' \end{array}$$

En la próxima
década habrá
4 tormentas
tropicales