

Ejercicio 2 – Convocatoria Extraordinaria 2 – Curso 2020/21

Sea $G = \{(x, y) : 2x = 2 + y^2\}$ una correspondencia de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$. Estudiar si es posible reducir dominio y/o codominio (lo mínimo posible) para que sea aplicación sobreyectiva.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists \underline{1} y \in \mathbb{R} \quad (x, y) \in G$$

$$2x = 2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 2x - 2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{2x - 2}$$

$$x = 3 \Rightarrow 2 \cdot 3 = 2 + y^2 \Rightarrow 4 = y^2 \Rightarrow y = \pm 2$$

$$(3, 2), (3, -2) \in G$$

$$G = \{(x, y) / y = \sqrt{2x - 2}\}$$

$$2x - 2 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1$$

$$\text{Dom} = [1, \infty)$$

Existencia

$$\forall x \in [1, \infty) \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad y = \sqrt{2x - 2}$$

Unicidad

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 2x_1 = 2x_2 \Rightarrow 2x_1 - 2 = 2x_2 - 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x_1 - 2} = \sqrt{2x_2 - 2} \quad f = ([1, \infty), \mathbb{R}, G)$$
$$\quad \quad \quad f''(x_1) \quad \quad f''(x_2)$$

Sobreyectiva

$$\forall y \in \mathbb{R} \quad \exists \underline{x \in [1, \infty)} \quad \text{t.q.} \quad f(x) = y$$

$$f(x) = \sqrt{2x - 2} = y \Rightarrow 2x - 2 = y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x = y^2 + 2 \Rightarrow x = \frac{y^2 + 2}{2} \geq 1$$

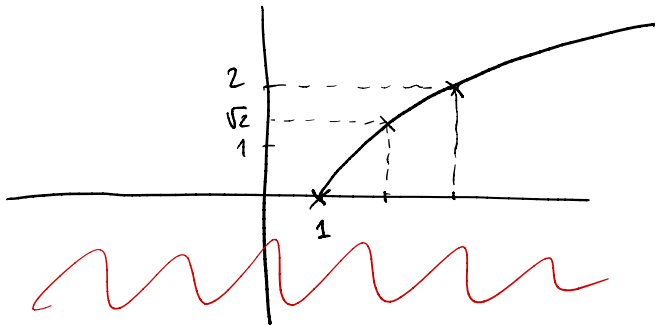
$$\frac{y^2+2}{2} \geq 1 \Leftrightarrow y^2+2 \geq 2 \Leftrightarrow y^2 \geq 2-2=0$$

$$\Leftrightarrow y \geq 0 \quad \text{Codom} = \mathbb{R}_0^+$$

$f = ([1, \infty), \mathbb{R}_0^+, G)$ es una aplicación sobreyectiva.

$$f: [1, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$$

$$f(x) = \sqrt{2x - x}$$



x	y
1	0
2	$\sqrt{2}$
3	2