Curso 2020-21. Convocatoria Ordinaria 1. Sea $A = \{a, b\}$. En $X = (P(\varnothing) \times P(A))$, donde $P(\varnothing) \times P(A)$ es el producto cartesiano de los conjuntos de las partes de vacío y A, definimos la relación binaria:

$$(B_1, A_1)\ \mathrm{R}\ (B_2, A_2) \iff B_1 \subseteq B_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$$

a) Estudiar, aplicando las propiedades de la inclusión, si R es una relación de orden en X.

b) Dibujar el diagrama de Hasse.

c) Comprobar si es retículo, en caso afirmativo calcular:

$$(\varnothing, \{a\}) + (\varnothing, \{b\}) \qquad \text{y} \qquad (\varnothing, \{a\}) \cdot (\varnothing, \{b\}).$$

d) Estudiar si es un álgebra de Boole isomorfa a $P(\mathbb{B}_2)$ y, en caso afirmativo, calcular sus átomos.

$P(\phi) = \{\phi\}$, $A = \{a, b\} \Rightarrow P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

$X = P(\phi) \times P(A) = \{(\phi, \phi), (\phi, \{a\}), (\phi, \{b\}), (\phi, \{a, b\})\}$

a) R es orden si es reflexiva, antisimétrica y transitiva.

<u>Reflexiva</u> $\forall (B_1, A_1) \in X \Rightarrow ¿(B_1, A_1)\ R\ (B_1, A_1)?$

$¿B_1 \subseteq B_1 \wedge A_1 \subseteq A_1?$ Obvio por la reflexiva

Curso 2020-21. Convocatoria Ordinaria 1. Sea $A = \{a, b\}$. En $X = (P(\varnothing) \times P(A))$, donde $P(\varnothing) \times P(A)$ es el producto cartesiano de los conjuntos de las partes de vacío y A, definimos la relación binaria:

$$(B_1, A_1) \text{ R } (B_2, A_2) \iff B_1 \subseteq B_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$$

a) Estudiar, aplicando las propiedades de la inclusión, si R es una relación de orden en X.

b) Dibujar el diagrama de Hasse.

c) Comprobar si es retículo, en caso afirmativo calcular:

$$(\varnothing, \{a\}) + (\varnothing, \{b\}) \qquad \text{y} \qquad (\varnothing, \{a\}) \cdot (\varnothing, \{b\}).$$

d) Estudiar si es un álgebra de Boole isomorfa a $P(\mathbb{B}_2)$ y, en caso afirmativo, calcular sus átomos.

Antisimétrica : Si $(B_1, A_1) \text{ R } (B_2, A_2) \wedge (B_2, A_2) \text{ R } (B_1, A_1) \Rightarrow (B_1, A_1) \overset{?}{=} (B_2, A_2) \iff B_1 \overset{?}{=} B_2 \wedge A_1 \overset{?}{=} A_2$

$B_1 \subseteq B_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$

$B_2 \subseteq B_1 \wedge A_1 \subseteq A_2$

$\Downarrow$ Antisimétrica

$B_1 = B_2 \wedge A_2 = A_1$

Curso 2020-21. Convocatoria Ordinaria 1. Sea $A = \{a, b\}$. En $X = (P(\varnothing) \times P(A))$, donde $P(\varnothing) \times P(A)$ es el producto cartesiano de los conjuntos de las partes de vacío y A, definimos la relación binaria:

$$(B_1, A_1) \text{ R } (B_2, A_2) \iff B_1 \subseteq B_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$$

a) Estudiar, aplicando las propiedades de la inclusión, si R es una relación de orden en X.

b) Dibujar el diagrama de Hasse.

c) Comprobar si es retículo, en caso afirmativo calcular:

$$(\varnothing, \{a\}) + (\varnothing, \{b\}) \qquad \text{y} \qquad (\varnothing, \{a\}) \cdot (\varnothing, \{b\}).$$

d) Estudiar si es un álgebra de Boole isomorfa a $P(\mathbb{B}_2)$ y, en caso afirmativo, calcular sus átomos.

Transitiva Si $(B_1, A_1) \text{ R } (B_2, A_2) \wedge (B_2, A_2) \text{ R } (B_3, A_3)$ $\Rightarrow$ ¿$(B_1, A_1) \text{ R } (B_3, A_3)$?

$\Updownarrow$

¿$B_1 \subseteq B_3 \wedge A_3 \subseteq A_1$?

$B_1 \subseteq B_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$

$B_2 \subseteq B_3 \wedge A_3 \subseteq A_2$

$\Rightarrow A_3 \subseteq A_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$

$\Downarrow$ Transitiva de la inclusión

$B_1 \subseteq B_3 \wedge A_3 \subseteq A_1$

Curso 2020-21. Convocatoria Ordinaria 1. Sea $A = \{a, b\}$. En $X = (P(\emptyset) \times P(A))$, donde $P(\emptyset) \times P(A)$ es el producto cartesiano de los conjuntos de las partes de vacío y A, definimos la relación binaria:

$$(B_1, A_1)\ \mathrm{R}\ (B_2, A_2) \quad \Leftrightarrow \quad B_1 \subseteq B_2 \wedge A_2 \subseteq A_1$$

a) Estudiar, aplicando las propiedades de la inclusión, si R es una relación de orden en X.

b) Dibujar el diagrama de Hasse.

c) Comprobar si es retículo, en caso afirmativo calcular:

$$(\emptyset, \{a\}) + (\emptyset, \{b\}) \qquad \text{y} \qquad (\emptyset, \{a\}) \cdot (\emptyset, \{b\}).$$

d) Estudiar si es un álgebra de Boole isomorfa a $P(\mathbb{B}_2)$ y, en caso afirmativo, calcular sus átomos.

$X = P(\emptyset) \times P(A) = \{(\emptyset,\emptyset), (\emptyset,\{a\}), (\emptyset,\{b\}), (\emptyset,\{a,b\})\}$

$(\emptyset,\emptyset)$ $\qquad \emptyset \subseteq \emptyset$

$(\emptyset,\{a,b\})$ $\qquad \emptyset \subseteq \{a,b\}$

$\Downarrow$

$(\emptyset,\{a,b\})\ R\ (\emptyset,\emptyset)$