

Matemática Discreta (Grado en Ingeniería Informática)

Convocatoria Extraordinaria 2. Curso 2020/21

4.- [10 puntos] Utilizar el Algoritmo Chino del Resto para calcular, si existen, todos los números enteros positivos, x , de dos cifras, que verifiquen simultáneamente las siguientes condiciones:

i. $x \equiv (y^2)_5$

ii. $\overline{43x} = \overline{-48}$ en $\mathbb{Z}_{91}$

$$x \in \mathbb{Z}, 10 \leq x \leq 99$$

$$x = (y^2)_5 = 5y + 2, \quad x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$\overline{43x} = \overline{-48} \quad \text{en } \mathbb{Z}_{91}$$

$$\overline{-48} = \overline{43}, \quad x = \overline{43} \cdot \overline{43}^{-1} = 1, \quad \text{en } \mathbb{Z}_{91},$$

$$x \equiv 1 \pmod{91}.$$

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 1 \pmod{91} \end{cases}$$

$$(5, 91) = 1.$$

Por tanto, podemos aplicar el algoritmo Chino del resto.

Paso 1 $\boxed{M_1 = 1}$ $\boxed{M_2 = 5}$

Paso 2 $u_k \cdot M_k \equiv 1 \pmod{m_k}$

$$\boxed{u_1 = 1},$$

$$u_2 \cdot 5 \equiv 1 \pmod{91}; \quad \text{¿ } 5^{-1} \text{ en } \mathbb{Z}_{91}?$$

$$(1) \quad 91 = 18 \cdot 5 + \boxed{1}, \quad 1 = 91 - 18 \cdot 5.$$

$$(2) \quad 5 = 1 \cdot 5 + 0 \quad \quad \quad u_2 = -18 = 73.$$

$$\boxed{u_1 = 1}, \quad \boxed{u_2 = 73}$$

Paso 3:

$$\boxed{b_1 = 2}$$

Paso 4: $w_2 \equiv (1 - 2) 73 \pmod{91}$, $w_2 \equiv -73 \pmod{91}$,

$$\boxed{w_2 = 18} \quad (-73 = 18 \text{ en } \mathbb{Z}_{91})$$

$$b_2 = 2 + 18 \cdot 5 = 92, \quad \boxed{b_2 = 92}$$

Paso 5:

$$x_0 = 92$$

Paso 6: $x = 92 + k \cdot 5 \cdot 91$, $k \in \mathbb{Z}$.

De dos cifras sólo hay una solución $\boxed{x = 92}$

$$x = (y \ 2)_5, \quad 0 \leq y \leq 4$$

$\Downarrow$

$$2 \leq x \leq (4 \cdot 5 + 2)$$

$2 \leq x \leq 22$, entonces:

$$\boxed{10 \leq x \leq 22}$$

Por tanto, no tiene solución, no existe ningún x .