Consideremos números enteros x, y verificando:

$$(x06y)_{16} - (B3)_y = 10$$

a) Enunciar el teorema que caracteriza las ecuaciones diofánticas solubles.

b) Razonar qué cotas para x e y se deducen de la ecuación anterior.

c) Transformar la ecuación anterior en una ecuación diofántica y calcular, si existen, todos los números enteros x e y, verificando dicha ecuación diofántica.

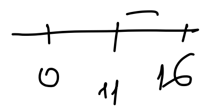
a) $ax+by=c$ admite solución en $\mathbb{Z} \iff d \mid c$ donde $d=(a,b)$

b) Si $b>1 \Rightarrow n = d_0 + d_1 b + d_2 b^2 + \dots + d_k b^k$

$0 \le d_i < b \quad \forall i = 0, \dots, k$

$$(x06y)_{16} \Rightarrow \begin{cases} 0 \le x, y < 16 \\ 0 < x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 16 \\ 0 \le y < 16 \end{cases}$$

$$(B3)_y \Longrightarrow \begin{cases} y > 1 \\ y > 3 \\ y > B = 11 \end{cases} \Rightarrow y > 11$$



$$\boxed{0 < x < 16 \quad ; \quad 11 < y < 16}$$

Consideremos números enteros x, y verificando:

$$(x06y)_{16} - (B3)_y = 10$$

a) Enunciar el teorema que caracteriza las ecuaciones diofánticas solubles.

b) Razonar qué cotas para x e y se deducen de la ecuación anterior.

c) Transformar la ecuación anterior en una ecuación diofántica y calcular, si existen, todos los números enteros x e y, verificando dicha ecuación diofántica.

c) $n = d_0 + d_1 b + d_2 b^2 + \ldots + d_k b^k = (d_k \ldots d_2 d_1 d_0)_b$

$(x06y)_{16} = y + 6 \cdot 16 + \cancel{0 \, 16^2} + x \, 16^3 =$

$= y + 96 + 4096x$

$(B3)_y = 3 + By = 3 + 11y$

$(x06y)_{16} - (B3)_y = 10$

$(y + 96 + 4096x) - (3 + 11y) = 10$

$$\boxed{4096x - 10y = -83}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 6 \\ \hline 96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \\ 16 \\ \hline 1536 \\ 256 \\ \hline 4096 \end{array}$$

Consideremos números enteros x, y verificando:

$$(x06y)_{16} - (B3)_y = 10$$

a) Enunciar el teorema que caracteriza las ecuaciones diofánticas solubles.

b) Razonar qué cotas para x e y se deducen de la ecuación anterior.

c) Transformar la ecuación anterior en una ecuación diofántica y calcular, si existen, todos los números enteros x e y, verificando dicha ecuación diofántica.

$4096x - 10y = -83$ admite solución en $\mathbb{Z}$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (4096, -10) \mid -83$

$(4096, -10) = 2$ $\quad \left\{ \begin{array}{l} 4096 = 16^3 = (2^4)^3 = 2^{12} \\ -10 = -2 \cdot 5 \end{array} \right.$

¿$2 \mid -83 \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z}$ t.q. $-83 = 2k$? $\quad k = \frac{-83}{2} \notin \mathbb{Z}$

Así $2 \nmid -83$ pues $k = \frac{-83}{2} \notin \mathbb{Z}$ y por tanto la ecuación no admite solución en $\mathbb{Z}$.