Ejercicio 4 – Ordinaria 1 – Curso 20/21

a) Explicar qué determina el siguiente algoritmo, aplicarlo al listado de números enteros: **m = {4, 15, 55}**

```
m={Lista de números enteros distintos};
variable = True;
Do[Do[
    If[GCD[m[[i]], m[[j]]] != 1, variable = False; Break[]; ]
  , {j, i + 1, Length[m]}], {i, Length[m] - 1}];
variable
```

b) Definir que significa que $f(n)$ sea O(1).

c) Definir complejidad en tiempo y calcularla para el algoritmo anterior mostrando de manera explícita los testigos.

Do exterior

$i = 1$

$i \leq \text{Length}[m] - 1 = 2$ (True) $\boxed{1^{\text{a}} \text{ comparación}}$

Do interior

$j = i + 1 = 2$

$j \leq \text{Length}[m] = 3$ (True) 2^{a} comp.

If

$\text{GCD}[m[[1]], m[[2]]] \neq 1$ (No se cumple)

$m[[1]] = 4$, $m[[2]] = 15$

$\boxed{2(\text{Length}[m]-1)}$

$j = 3$

$j \leq \text{Length}[m] = 3$ (True) 2^{a} comp.

$\text{GCD}[m[[1]], m[[3]]] \neq 1$ (No se cumple)

$m[[1]] = 4$, $m[[3]] = 55$

$j = 4$

$j \leq \text{Length}[m] = 3$ (False) $\boxed{1^{\text{a}} \text{ comp.}}$

Salimos de 2º bucle

$i = 2$

$i \leq \text{Length}[m] - 1 = 2$ (True) 1^{a} comp.

2º Do

$j = i + 1 = 3$

$j \leq \text{Length}[m] = 3$ (True)

$GCD[m[[2]], m[[3]]] \neq 1$ (True) 2º comp.

$\underset{\underset{15}{\parallel}}{}$ $\quad$ $\underset{\underset{55}{\parallel}}{}$

$2(Length[m]-2)$

Variable = False

$j = 4$

$j \leq Length[m] = 3$ (False) 1º comp.

Sale de 2º Do

$i = 3$

$i \leq Length[m] - 1 = 2$ (False) 1º comp.

Sale del 1º Do

False

Este algoritmo estudia si los elementos de m son primos relativos dos a dos.

b) $f(n)$ es $O(1)$ si existen constantes C_1 y $K \in \mathbb{R}$ tales que $|f(n)| \leq C_1 \cdot 1$, $\forall n > k$,

f es de orden constante.

c) $n = Length[m]$

$$f(n) = \left(1 + (2(n-1) + 1)\right) + \left(1 + (2(n-2)+1)\right) + \dots$$

$$\dots + \left(1 + (2(\underbrace{n-(n-1)}_{=1}) + 1)\right) + 1 =$$

$$= n + 2\left((n-1) + (n-2) + \dots + 1\right) + (n-1) =$$

$$= n + \cancel{2}\left(\frac{(n-\cancel{1}) + \cancel{1}}{\cancel{2}} \cdot (n-1)\right) + (n-1) = n + n^2 - \cancel{n} + \cancel{n} - 1$$

$$= n^2 + n - 1$$

$f(n)$ es $O(n^2)$

$$\underset{\underset{K}{\parallel}}{n > 1} \Rightarrow \begin{matrix} n^2 > n \\ n^2 > -1 \end{matrix} \Rightarrow f(n) \leq \underbrace{n^2 + n^2 + n^2}_{= 3n^2 = C_1}$$